

Kombinatorická pravidla

Příklady

① Kolika způsoby lze přečíst 4 různé knihy?

- 1. knihu (ze 4) lze vybrat ... 4 zp.
- a pak 2. knihu (už jen ze 3) ... 3 zp.
- a pak 3. knihu (už jen ze 2) ... 2 zp.
- a pak 4. knihu (už jen z 1) ... 1 zp.

$$p = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24 \text{ zp.}$$

KOMBINATORICKÉ PRAVIDLO SOUČINU

Počet všech uspořádaných k -tic, jejichž první člen lze vybrat n_1 způsoby, druhý po výběru 1. členu n_2 způsoby, atd. až k -tý člen po výběru všech předcházejících p_k způsoby, je roven $p = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$

Jiné znění:

Jestliže prvek A_1 lze vybrat n_1 různými způsoby a po tomto výběru prvek A_2 vybrat n_2 způsoby, pak počet způsobů postupné volby prvků A_1 a A_2 je $p = n_1 \cdot n_2$.

② Kolika způsoby lze vytvořit dvojčlenné posádky na kajaku ze 12 vodáků, je-li ve dvojici vždy jeden zadák a jeden háček?

zadák lze vybrat ... 12 zp.

a pak ke každému zadáku háčka ... 11 zp. $p = p_1 \cdot p_2 = 12 \cdot 11 = 132 \text{ zp.}$

(postupný výběr – kombinatorické pravidlo součinu)

③ Kolika způsoby si Jana může vybrat tričko a sukni, vybírá-li ze 3 triček a 4 sukně?

tričko ... 3 zp.

a pak sukni ... 4 zp. $p = p_1 \cdot p_2 = 3 \cdot 4 = 12$

④ V košíku je 12 jablek a 10 hrušek. Petr si má vybrat buď jablko, anebo hrušku tak, aby Věra, která si po něm vybere 1 jablko a 1 hrušku, měla co největší možnost výběru.

Petr $\begin{cases} J \Rightarrow \text{Věra z 11 J a 10 H } p_1 = 11 \cdot 10 = 110 \\ H \Rightarrow \text{Věra z 12 J a 9 H } p_2 = 12 \cdot 9 = 108 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Petr si má vybrat JABLKO

- ⑤ Určete počet všech přirozených dvojčíferných čísel, v jejichž dekadickém zápisu se každá číslice vyskytuje nejvýše jednou.

1. zp. xy $x \dots$ číslice na pozici desítek, $y \dots$ číslice na pozici jednotek
 x lze vybrat 9 způsoby (z číslic 1, 2, ..., 9; 0 nemůže být na začátku čísla) ... $p_1 = 9$
a pak y lze vybrat 9 způsoby (z číslic 0, 1, ..., 9; ale jednu z nich už nelze
– opakovala by se) ... $p_2 = 9$
$$p = p_1 \cdot p_2 = 9 \cdot 9 = 81$$

(využíváme kombinatorické pravidlo součinu)

2. zp. množinu všech dvojčíferných čísel $\{10, 11, 12, \dots, 98, 99\}$... počet $p = 90$
lze rozdělit na dvě navzájem disjunktní množiny (průnikem je prázdná množina)
– množinu všech dvojčíferných přirozených čísel se stejnými číslicemi
 $\{11, 22, 33, \dots, 88, 99\}$... počet $p_1 = 9$
– množinu všech dvojčíferných přirozených čísel s různými číslicemi
 $\{10, 12, \dots, 97, 98\}$... počet p_2
platí $p = p_1 + p_2 \Rightarrow 90 = 9 + p_2 \Rightarrow p_2 = 81$
(využíváme kombinatorické pravidlo součtu)

KOMBINATORICKÉ PRAVIDLO SOUČTU

Je-li množina A všech prvků, z nichž máme vybírat, rozdělena na n konečných navzájem disjunktních množin $A_1, A_2, \dots, A_n$ [$A_i \cap A_j = \emptyset$], pak počet všech prvků množiny

$A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ je $p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$

Jiné znění:

Jestliže nějaký prvek množiny A_1 lze vybrat p_1 způsoby a jiný prvek množiny A_2 lze vybrat p_2 různými způsoby (které se nesmí shodovat s žádným ze způsobů výběru prvku množiny A_1), potom počet výběrů jednoho z prvků množiny A_1 nebo množiny A_2 lze provést $p = p_1 + p_2$ způsoby (lze rozšířit na více množin, množiny musí být navzájem disjunktní).

- ⑥ Kolik různých pojmenování nejvýše 3 různými jmény může dítě dostat, je-li k dispozici 300 různých jmen (na pořadí jmen záleží, neopakují se)?

1 jméno $p_1 = 300$ zp.

nebo 2 jména $p_2 = 300 \cdot 299$ (1. jm. z 300 a 2. jm. z 299)

nebo 3 jména $p_3 = 300 \cdot 299 \cdot 298$

celkem $p = p_1 + p_2 + p_3 = 300 + 300 \cdot 299 + 300 \cdot 299 \cdot 298 = 26\,820\,600$ zp.